

**Моргунов Е. П., Моргунова О. Н.**

## **Краткое описание метода Data Envelopment Analysis**

**Версия 0.1**

Прежде чем приступить к непосредственному описанию метода, кратко опишем тот контекст, в котором традиционно рассматривается метод DEA.

В последнее время очень актуальной проблемой становится оценка эффективности функционирования социально-экономических систем. Для измерения эффективности используются различные методы. Очень популярным стал подход, основанный на построении так называемой *границы эффективности* [11]. С этим понятием связаны такие понятия, как граница производственных возможностей и производственная функция.

Аппарат производственных функций хорошо известен [2, 4, 5]. Производственная функция показывает максимальное количество выпуска (продукции), которое может быть произведено из данного количества входных факторов производства (входов) при использовании данной технологии. Если распространить рассуждения на случай, когда выпускается продукция не одного вида, а нескольких, то принято говорить не о производственной функции, а о производственной границе, или границе эффективности [10]. В этом случае те, условно говоря, фирмы, представленные в выборке, которые производят максимальное количество выпуска из данного количества входов, считаются эффективными, и точки, соответствующие им в пространстве входов-выходов, лежат на этой самой границе эффективности. Те же точки, которые не лежат на границе эффективности, соответствуют фирмам, функционирующим неэффективно. Степень неэффективности определяется степенью удаленности точки от границы эффективности: чем дальше точка от границы, тем фирма, соответствующая этой точке, менее эффективна. Поскольку на практике граница эффективности неизвестна, ее нужно каким-то образом оценить. Для оценивания применяются различные методы, в том числе метод Data Envelopment Analysis,

в основе которого лежит линейное программирование [3, 6]. Граница эффективности, формируемая при помощи указанного метода, является кусочно-линейной.

Метод Data Envelopment Analysis был предложен в 1978 г. американскими учеными A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes [9], которые основывались на идеях М. J. Farrell [113]. Данный метод с успехом применяется на Западе для оценки эффективности функционирования однородных объектов в различных социально-экономических системах. Такими объектами могут быть промышленные и сельскохозяйственные предприятия, банки, учреждения здравоохранения и образования, органы управления и правосудия и т.д. [11]. Метод DEA постоянно развивается и совершенствуется.

В настоящее время общепринятого русского эквивалента английскому названию метода нет, однако предлагается такой вариант – «анализ среды функционирования» [1].

В методологии DEA используется термин «эффективность функционирования». Этот термин отражает эффективность, с которой исследуемые объекты преобразуют входы в выходы. В зависимости от сферы применения метода DEA данному термину может придаваться тот или иной конкретный смысл.

### **Основные модели метода DEA**

Рассмотрим суть метода DEA. Пусть имеются данные для  $K$  входных параметров и  $M$  выходных параметров для каждого из  $N$  объектов (под термином «объект» могут подразумеваться регионы, отрасли хозяйства, предприятия, учебные заведения и т.д.). Для  $i$ -го объекта они представлены вектор-столбцами  $x_i$  и  $y_i$  соответственно. Тогда матрица  $X$  размерности  $K \times N$  представляет матрицу входных параметров для всех  $N$  объектов, а матрица  $Y$  размерности  $M \times N$  представляет матрицу выходных параметров для всех  $N$  объектов. Можно прийти к задаче математического программирования и, используя теорию двойственности, сформулировать ее в такой форме [10, с. 140–141]:

$$\begin{aligned}
& \min_{\theta, \lambda} (\theta), \\
& -y_i + Y\lambda \geq 0, \\
& \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\
& \lambda \geq 0,
\end{aligned} \tag{1}$$

где  $\theta$  – скаляр, а  $\lambda$  является вектором констант размерности  $N \times I$ . Значение  $\theta$ , полученное при решении задачи, и будет мерой эффективности  $i$ -го объекта. При этом эффективность не может превышать единицы. Важно помнить, что аналогичная задача решается  $N$  раз, т.е. для каждого объекта. Те объекты, для которых значение показателя эффективности оказалось равным единице, находятся на границе эффективности. В результате может быть сформирована кусочно-линейная граница эффективности. Точки, соответствующие тем объектам, у которых показатель эффективности оказался меньше единицы, можно спроецировать на границу эффективности таким образом, что каждая из этих точек будет равна линейной комбинации  $(X\lambda, Y\lambda)$ . Часть элементов вектора  $\lambda$  имеют ненулевые значения. Эти элементы соответствуют тем объектам, которые являются эталонными для оцениваемого объекта. Линейная комбинация эталонных объектов и образует гипотетический объект, находящийся на границе эффективности. Гипотетический объект был бы эффективным, если бы существовал в действительности. Но поскольку он не существует, то значения его переменных являются целью для реального – неэффективного – объекта. В результате для объектов с  $\theta < 1$  могут быть установлены цели, которые заключаются в пропорциональном сокращении их входных факторов на величину  $\theta$  при сохранении выходных значений на прежнем уровне. Чем ближе точка, соответствующая данному объекту, к границе эффективности, тем выше ее мера эффективности [10, с. 141–142].

Приведенная модель называется моделью, *ориентированной на вход и принимающей наличие постоянного эффекта масштаба*. Для того чтобы

учесть возможность переменного эффекта масштаба, нужно в данную модель добавить ограничение на сумму весовых коэффициентов  $\lambda$  [10, с. 150]:

$$\sum \lambda_i = 1. \quad (2)$$

Следствием ввода этого ограничения является формирование *выпуклой* линейной комбинации эталонных объектов.

Метод DEA имеет ряд привлекательных свойств, а именно [12, с. 8]:

– позволяет вычислить один агрегированный показатель для каждого объекта в терминах использования входных факторов (независимые переменные) для производства желаемых выходных продуктов (зависимые переменные);

– может одновременно обрабатывать много входов и много выходов, каждый из которых при этом может измеряться в различных единицах измерения;

– позволяет учитывать внешние по отношению к рассматриваемой системе переменные – факторы окружающей среды;

– не требует априорного указания весовых коэффициентов для переменных, соответствующих входным и выходным параметрам при решении задачи оптимизации;

– не налагает никаких ограничений на функциональную форму зависимости между входами и выходами;

– позволяет при необходимости учесть предпочтения менеджеров, касающиеся важности тех или иных входных или выходных переменных;

– производит конкретные оценки желательных изменений во входах/выходах, которые позволили бы вывести неэффективные объекты на границу эффективности;

– формирует Парето-оптимальное множество точек, соответствующих эффективным объектам;

– концентрируется на выявлении примеров так называемой *лучшей практики* (best practice), а не на каких-либо усредненных тенденциях, как, например, регрессионный анализ [13].

При использовании статистических данных за несколько лет появляется возможность проследить перемещение границы эффективности во времени. На основании направления этих перемещений можно определить, имеет ли место прогресс в исследуемой группе объектов (отрасли) или же регресс. Данный метод также позволяет определить, за счет чего достигнут прогресс: за счет улучшения управления, за счет приведения масштаба объекта к оптимальному либо за счет изменения технологии (например, внедрения нового оборудования). Кроме того, можно определить так называемую *распределительную* эффективность (allocative efficiency), т.е. эффективность использования ресурсов, если известны их стоимости [10, 11].

Для иллюстрации концепции эффективности и метода DEA рассмотрим процесс производства, в котором задействованы два входных фактора производства  $x_1$  и  $x_2$ , и производится один вид продукции  $y$ . При этом сделаем важное допущение о том, что в нашем случае будет иметь место постоянный эффект масштаба. Это допущение позволит нам для графического изображения применяемой технологии производства использовать двухмерный график. По осям координат этого графика будут откладываться *удельные* затраты входных факторов производства, т.е. затраты, приходящиеся на единицу выпускаемой продукции. Таким образом, мы получаем единичную изокванту [10, с. 134–135], представленную на рисунке 1.

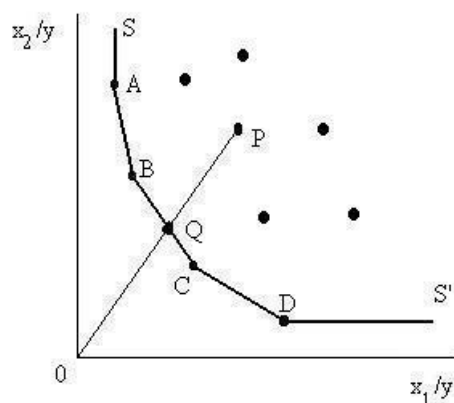


Рисунок 1 – Технология производства с двумя входами  
и одним выходом

Если некоторая фирма использует входные факторы в количествах, представленных точкой  $P$  на рисунке 1, то в этом случае ее техническая неэффективность будет выражаться длиной отрезка  $QP$  (где точка  $Q$  является проекцией точки  $P$  на границу эффективности). Эта длина представляет собой величину, на которую могут быть пропорционально сокращены величины входов без уменьшения величины выпускаемой продукции (выпуска). Техническая эффективность фирмы  $P$ ,  $TE$ , будет равна отношению длин отрезков  $OQ$  и  $OP$ :

$$TE = \frac{OQ}{OP}. \quad (3)$$

На рисунке 1 точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  являются эффективными (они и формируют границу эффективности), а точка  $P$  – неэффективной (она не лежит на этой границе).

Ясно, что значение технической эффективности не может превышать единицы. Важно заметить, что проецирование неэффективной точки на границу эффективности допустимо на основании одного из базовых положений метода DEA. Суть этого положения в том, что, если одна фирма может использовать входные факторы таким образом, что выпускает из них некоторое количество

выпуска, то и другая фирма – неэффективная – также *должна быть* в состоянии выпускать такое же количество продукции из такого же количества входных факторов производства. При проецировании на границу для каждого неэффективного объекта формируется эталонный гипотетический объект, который является эффективным и служит целью для неэффективного объекта в смысле достижения Парето-эффективности (Парето-оптимальности). Эталонный объект, как правило, является комбинацией двух или более реальных объектов, которые являются эффективными. Значения показателей этого эталонного объекта и служат целями для неэффективного объекта.

Аналогичную иллюстрацию можно сделать и для случая, когда в производстве участвует один входной фактор  $x$  и производится два вида выпуска  $y_1$  и  $y_2$  (рисунок 2).

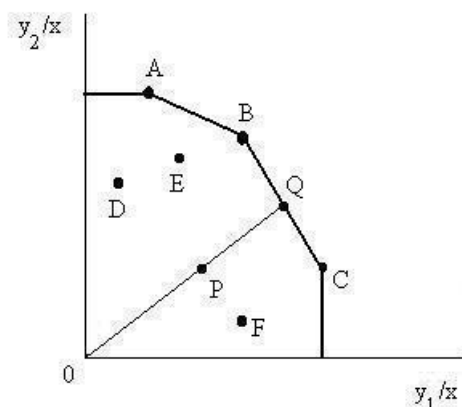


Рисунок 2 – Технология производства с одним входом и двумя выходами

На этом рисунке точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  являются эффективными. Точки  $D$ ,  $E$ ,  $F$  и  $P$  – неэффективные. Если точку  $P$  спроецировать на границу эффективности (получим точку  $Q$ ), то показатель эффективности точки  $P$  можно определить так:

$$TE = \frac{OP}{OQ}. \quad (4)$$

Выше были рассмотрены модели, ориентированные на вход. Одна из них была построена с учетом постоянного эффекта масштаба, а другая – с учетом

переменного эффекта масштаба. Аналогичные модели могут быть построены и с ориентацией на выход. В этом случае главной целью моделей будет увеличение выпуска продукции без увеличения затрат входных ресурсов. В результате расчетов по этим моделям будут получены не только значения показателя эффективности для каждого из объектов, но также указаны рекомендуемые значения выходных переменных, при достижении которых неэффективные объекты могут быть выведены на границу эффективности. Вот эти модели [10, с. 158]:

$$\begin{aligned}
 & \max_{\phi, \lambda} (\phi), \\
 & \quad -\phi y_i + Y\lambda \geq 0, \\
 & \quad x_i - X\lambda \geq 0, \\
 & \quad \lambda \geq 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 & \max_{\phi, \lambda} (\phi), \\
 & \quad -\phi y_i + Y\lambda \geq 0, \\
 & \quad x_i - X\lambda \geq 0, \\
 & \quad \sum \lambda_i = 1, \\
 & \quad \lambda \geq 0.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Модель (5) принимает наличие постоянного эффекта масштаба, а модель (6) – переменного эффекта масштаба. Следует обратить внимание на то, что в данном случае значение переменной  $\phi$ , рассчитанное по этим моделям, будет больше или равно единице. Это объясняется тем, что целью моделей является пропорциональное увеличение значений выходных переменных. Для получения же традиционного значения показателя эффективности, лежащего в пределах от нуля до единицы, следует просто использовать величину, обратную к  $\phi$ , что обычно и делают [10, с. 158].



## **Статистические основания метода DEA**

Статистические свойства оценок эффективности, получаемых при помощи этого метода, были исследованы в работах R. D. Banker [7, 8]. Им было показано, что оценки монотонно возрастающей выпуклой производственной функции, полученные по методу DEA, являются также оценками максимального правдоподобия, если отклонение действительных значений переменной выпуска (выхода) от эффективных значений считается стохастической переменной с монотонно убывающей функцией плотности вероятности. В то время как для выборок конечного объема оценка границы эффективности смещена вниз от теоретической границы, для больших выборок это смещение стремится к нулю. Оценки, полученные по методу DEA, демонстрируют асимптотическое свойство состоятельности, а асимптотическое распределение оценок отклонений показателей эффективности идентично истинному распределению этих отклонений. В работах [7, 8] описаны предлагаемые статистики для проверки статистических гипотез относительно свойств границы эффективности, таких, как эффект масштаба, взаимное замещение входных факторов производства и др.

### **Учет влияния окружающей среды**

Метод DEA позволяет учесть наличие переменных окружающей среды, т.е. таких переменных, которые оказывают влияние на расчеты по моделям, но на которые невозможно оказывать влияние в рамках решаемой задачи. Такие переменные нельзя отнести к обычным входным переменным, поскольку они не поддаются управлению со стороны лица, принимающего решения (ЛПР). Примерами могут служить: климатические условия на данной территории, численность населения (в краткосрочном периоде), площадь территории региона, уровень состояния здоровья населения (в краткосрочном периоде) и т.п. Для учета переменных среды имеется целый ряд методов. Кратко опишем некоторые из них [10, с. 166–171].

*Метод 1.* Пусть в задаче присутствует некоторый фактор окружающей среды, который оказывает отрицательное влияние на эффективность функционирования изучаемой совокупности объектов, и при этом значения переменной, соответствующей данному фактору, можно упорядочить, например, по возрастанию степени отрицательного влияния. Тогда каждый объект в изучаемой совокупности следует сравнивать не со всеми другими объектами, а лишь с теми, которые подвергаются не менее сильному влиянию указанного фактора. Это делается для того, чтобы не ставить оцениваемый объект в заведомо худшие, проигрышные условия по сравнению с другими объектами.

В качестве примера можно привести задачу оценки эффективности функционирования сельского хозяйства в районах Красноярского края. Можно разделить все районы на три группы: южные, центральные и северные районы. Наиболее благоприятные климатические условия – в южных районах, наименее благоприятные – в северных. В этом случае следует сравнивать сельское хозяйство северных районов только с группой северных районов, поскольку при сравнении их с центральными, а тем более, с южными районами, северные районы окажутся в заведомо проигрышном положении по обстоятельствам, на которые администрация влиять не в состоянии. Таким образом, эффективность сельского хозяйства северных районов будет необъективно занижена. Каждый из центральных районов следует сравнивать с группой, в которую входят не только центральные, но также и северные районы. Каждый из южных районов следует сравнивать с группой, в которую входят все районы.

Проиллюстрируем это на модели (1). При анализе северных районов число объектов,  $N$ , будет равно количеству только северных районов, а объект, обозначенный в модели (1) индексом  $i$ , выбирается также из числа только северных районов. При анализе центральных районов число объектов,  $N$ , будет равно суммарному количеству северных и центральных районов, а объект, обозначенный в модели (1) индексом  $i$ , выбирается из числа только центральных районов. И, наконец, при анализе южных районов число объектов,  $N$ , будет равно суммарному количеству северных, центральных и южных районов, а

объект, обозначенный в модели (1) индексом  $i$ , выбирается из числа только южных районов. Поэтому матрицы входов и выходов,  $X$  и  $Y$ , будут *различными* для трех вышеописанных ситуаций.

**Метод 2.** Возможно включение переменных окружающей среды в обычные модели DEA. Например, для модели, учитывающей переменный эффект масштаба и ориентированной на вход, это будет выглядеть так [10]:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\theta, \lambda} (\theta), \\
 & - y_i + Y\lambda \geq 0, \\
 & \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\
 & z_i - Z\lambda = 0, \\
 & \sum \lambda = 1, \\
 & \lambda \geq 0.
 \end{aligned} \tag{7}$$

В этом случае  $Z$  – это матрица переменных окружающей среды для всех  $N$  объектов в выборке. Поскольку в данном случае переменные окружающей среды считаются неуправляемыми, т.е. не поддающимися регулированию со стороны лица, принимающего решения, то коэффициент  $\theta$  перед переменной  $z_i$  не ставится.

**Метод 3.** Данный метод предполагает решение задачи в две стадии. На первой стадии решается обычная DEA-задача, в которой используются только традиционные переменные. На второй стадии формулируется задача линейной регрессии, в которой в качестве зависимой переменной служит показатель эффективности, полученный при решении DEA-задачи, а в качестве объясняющих переменных – переменные окружающей среды. Знаки при коэффициентах регрессии указывают на «направление» влияния: знак «плюс» указывает на положительное влияние среды на эффективность, знак «минус» указывает на отрицательное влияние среды. Выполняются также проверки статистических гипотез, как в традиционном регрессионном анализе. Эти проверки позволяют оценить статистическую значимость коэффициентов регрессии.

## Индекс Мальмквиста

Исторически индекс Мальмквиста (Malmquist index) используется для оценки изменения общей продуктивности всех факторов производства, когда рассматривается один и тот же объект в два различных периода времени или два различных объекта в один и тот же период времени [10]. Как известно, продуктивность (производительность) определяется как отношение выпуска продукции (выхода) к затратам ресурсов (входу):

$$\text{Продуктивность} = \frac{\text{Выпуск продукции}}{\text{Затраты ресурсов}}.$$

Таким образом, продуктивность может изменяться как за счет изменения выпуска, так и за счет изменения ресурсов. В том случае, когда имеют место не скалярные, а векторные вход и выход, определение продуктивности является нетривиальной задачей. Индекс Мальмквиста имеет важное свойство, а именно – его можно разложить на два сомножителя. Первый сомножитель является показателем изменения эффективности данного объекта, а второй сомножитель – показателем технического прогресса, достигнутого в данной отрасли (в данной выборке объектов) [10, с. 223–224]:

$$\begin{aligned} \text{Изменение продуктивности} &= \text{Изменение эффективности} \times \\ &\times \text{Показатель технического прогресса.} \end{aligned}$$

Для вычисления индекса используются различные методы, в том числе и метод DEA, поскольку данный метод может обрабатывать много выходов и входов одновременно. При использовании DEA нужно решить несколько оптимизационных задач для каждого из объектов в выборке [10, с. 227]:

$$\begin{aligned}
& \max_{\phi, \lambda} (\phi), \\
& -\phi y_{it} + Y_t \lambda \geq 0, \\
& x_{it} - X_t \lambda \geq 0, \\
& \lambda \geq 0.
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
& \max_{\phi, \lambda} (\phi), \\
& -\phi y_{is} + Y_s \lambda \geq 0, \\
& x_{is} - X_s \lambda \geq 0, \\
& \lambda \geq 0.
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
& \max_{\phi, \lambda} (\phi), \\
& -\phi y_{is} + Y_t \lambda \geq 0, \\
& x_{is} - X_t \lambda \geq 0, \\
& \lambda \geq 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
& \max_{\phi, \lambda} (\phi), \\
& -\phi y_{it} + Y_s \lambda \geq 0, \\
& x_{it} - X_s \lambda \geq 0, \\
& \lambda \geq 0.
\end{aligned} \tag{11}$$

В этих задачах индексы  $s$  и  $t$  означают начальный и конечный периоды времени, индекс  $i$  обозначает объект, для которого производятся расчеты. Как и в модели (5),  $Y$  и  $X$  – это матрицы выходов и входов для всех объектов в выборке, а  $\lambda$  – вектор весовых коэффициентов, которые образуют линейную комбинацию – гипотетический объект, являющийся целью для неэффективного объекта. В задачах (10) и (11) есть важная особенность – показатели объекта и технология, относительно которой определяется его эффективность, принадлежат к различным временным периодам: в задаче (10) объект из предыдущего периода сравнивается с технологией следующего периода, а в задаче (11) наоборот, объект из следующего периода сравнивается с технологией предыдущего периода. Важно отметить, что в задачах (10) и (11) показатель эффективности, кото-

рый в таких моделях определяется как величина, обратная к  $\phi$ , может иметь значение, большее единицы. Это возможно в том случае, если в задаче (10) имел бы место технический регресс в данной группе объектов, а в задаче (11) наоборот – технический прогресс.

Приведенные модели для индекса Мальмквиста являются ориентированными на выход, т.е. при установке целей для неэффективных объектов модель стремится в первую очередь увеличить выходные показатели объекта, сохраняя входные показатели на прежнем уровне. Модели, ориентированные на вход, могут быть построены аналогично [10, с. 222].

Если рассчитать значения индекса Мальмквиста для всех объектов в выборке за целый ряд периодов (а не только за два периода), то, разложив эти значения на две составляющих, можно получить временной ряд показателей изменения технического прогресса. Эти сведения можно использовать для прогнозирования состояния технологии в данной отрасли (в данной группе объектов). Точнее говоря, можно прогнозировать значения показателей, которые могут быть достигнуты лучшими объектами в будущем.

На рисунке 3 проиллюстрирована идея изменения уровня развития технологии с течением времени [10, с. 224–225].

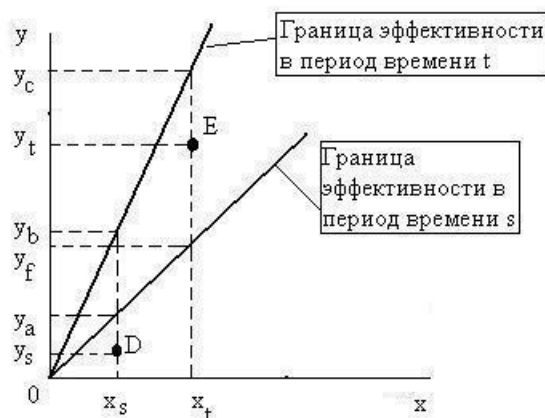


Рисунок 3 – Перемещение границы эффективности с течением времени

В процессе производства используется только один входной фактор  $x$  и выпускается только один вид продукции  $y$ . Точки  $D$  и  $E$  соответствуют некото-

рому объекту в периоды времени  $s$  и  $t$  соответственно. Как видно из рисунка, в оба периода времени данный объект является неэффективным, т.к. точки  $D$  и  $E$  расположены ниже границ эффективности для периодов  $s$  и  $t$  соответственно. Для данного объекта решается четыре оптимизационных задачи согласно моделям (8)–(11).

### Дополнительные переменные

В моделях (1), (2), (5) и (6) ограничения имеют форму неравенств. Следовательно, при проецировании неэффективной точки на границу эффективности может возникнуть ситуация, когда точка-проекция не равна линейной комбинации  $(X\lambda, Y\lambda)$  точек, лежащих на границе эффективности. Для того чтобы достичь равенства, необходимо дополнительно изменить значения переменных точки-проекции: уменьшить – для входных переменных, увеличить – для выходных переменных. Иллюстрация для случая «два входа и один выход» представлена на рисунке 4.

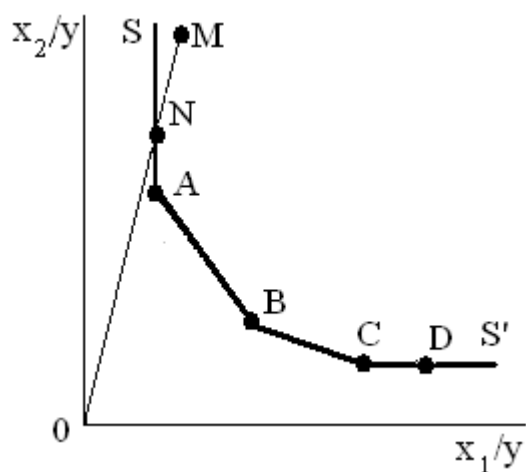


Рисунок 4 – Граница эффективности с ненулевыми дополнительными переменными

На этом графике ломаная линия  $SS'$  является границей эффективности. Точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  эффективны. Точка  $D$  лежит на границе эффективности, но не является эффективной в смысле Парето-Купманса [11, с. 45]. Неэффективная

точка  $M$  при проецировании на границу эффективности попадает в точку  $N$ , которая также не является эффективной в смысле Парето-Купманса. Для достижения полной эффективности точек  $D$  и  $N$  их нужно переместить вдоль границы эффективности в точки  $C$  и  $A$  соответственно. Это перемещение позволит уменьшить значение одной из входных переменных, не увеличивая значение другой входной переменной. В этом случае отрезки  $CD$  и  $AN$  будут являться величинами так называемых дополнительных переменных (в оригинале – slacks) [11]. В соответствии с теорией метода DEA объект считается эффективным в смысле Парето-Купманса, если он находится на границе эффективности (т.е. имеет показатель эффективности, равный единице), и при этом дополнительные переменные имеют нулевые значения по всем измерениям [11, с. 45].

Поскольку дополнительные переменные могут иметь ненулевые значения как по входам, так и по выходам, независимо от ориентации модели на вход или на выход, то возможны следующие ситуации:

– при использовании модели с ориентацией на вход могут быть получены рекомендации для неэффективных объектов, заключающиеся не только в сокращении затрат ресурсов, но также и в увеличении выпуска одного или более продуктов. При этом рекомендуемые увеличения выпусков не будут пропорциональными;

– при использовании модели с ориентацией на выход могут быть получены рекомендации для неэффективных объектов, заключающиеся не только в увеличении выпусков, но также и в сокращении затрат одного или более ресурсов. При этом рекомендуемые сокращения затрат ресурсов не будут пропорциональными.

Граница эффективности, построенная с помощью метода DEA, имеет фрагменты, параллельные осям координат. Наличие этих фрагментов объясняется конечным числом объектов в выборке и способом построения границы эффективности. В случае бесконечной выборки граница была бы гладкой поверхностью в многомерном пространстве [10, с. 176].



## **Особенности применения метода DEA в системах поддержки принятия решений**

Поскольку задача в данном методе формулируется в терминах входов и выходов (inputs/outputs), то необходимо отнести одну часть показателей, характеризующих исследуемые объекты, к входам, а другую часть показателей – к выходам. Однако при использовании метода DEA в ряде предметных областей возникает проблема разделения показателей на входные и выходные. Это объясняется тем, что между показателями может не быть технологической связи, как это имеет место в процессе традиционного материального производства. Одним из подходов к решению указанной проблемы может быть такой: показатели, для которых более предпочтительными считаются меньшие значения, следует условно относить к входным, а показатели, для которых, наоборот, предпочтительными являются большие значения, следует условно относить к выходным. В таком случае после выполнения вычислений по методу DEA мы получим для «неэффективных» объектов рекомендации по снижению значений входных и увеличению значений выходных показателей, что должно соответствовать логике конкретной предметной области. Возможны и другие подходы к решению задачи разделения показателей на входные и выходные.

Могут возникать ситуации, когда, исходя из специфики конкретной предметной области, разделение показателей на входные и выходные произведено таким образом, что значения части входных показателей целесообразно увеличивать, а значения части выходных показателей – уменьшать (например, уровень загрязнения атмосферы при производстве металла). В таких случаях вместо фактических значений входных показателей следует использовать их отклонения от пороговых значений, установленных на уровне, заведомо превышающем значения соответствующих показателей для всех исследуемых объектов. Аналогично следует поступать и с выходными показателями.

Если после преобразований, проведенных над исходными данными, окажется, что часть входных показателей для отдельных объектов имеет отрица-

тельные значения, то это не будет являться препятствием для использования метода DEA при соблюдении определенных условий. Как известно, модели DEA могут быть ориентированными на вход или на выход. В первом случае это означает, что модель фокусируется в первую очередь на снижении значений входных показателей неэффективных объектов (при неизменных значениях выходных показателей), а во втором случае главной целью ее работы является увеличение значений выходных показателей (при неизменных значениях входных показателей) неэффективных объектов. В том случае, когда используется модель, ориентированная на *выход*, и при этом среди значений *входных* показателей есть отрицательные, следует увеличить значения такого показателя для *всех* объектов на величину, равную по модулю наименьшему из отрицательных значений. При этом значение коэффициента эффективности не изменится. Для различных показателей это увеличение может быть различным. При использовании модели, ориентированной на *вход*, аналогичные действия можно произвести с *выходными* показателями [11, с. 94].

Метод DEA позволяет определять *относительную* эффективность объектов. Это означает, что они сравниваются между собой. Однако может быть предложен такой подход: эксперты формируют некоторое множество гипотетических объектов, имеющих значения показателей такие, что эти гипотетические объекты могут быть приняты в качестве эталонов [15–17]. Конечно, значения показателей таких объектов должны выбираться с учетом реальной достижимости этих значений. Таким образом, гипотетические объекты будут образовывать границу эффективности, с которой можно сопоставлять реальные объекты.

Обобщая, можно сказать следующее.

**1. Требуемые исходные данные.** Для реализации метода DEA необходимы только лишь значения входных и выходных показателей исследуемых объектов. Не требуется задавать весовые коэффициенты для указания важности показателей (хотя ряд моделей позволяют сделать это). Важной особенностью

данного метода является деление показателей на *входные* и *выходные*, в то время как для других методов такое деление не производится.

**2. Форма выходных результатов.** Результатом работы метода DEA будет один интегральный показатель для каждого из изучаемых объектов. Объекты могут быть ранжированы по значениям этого показателя. Кроме того, производятся конкретные оценки желательных изменений во входах/выходах, которые позволили бы вывести неэффективные объекты на так называемую границу эффективности.

**3. Степень влияния человеческого фактора.** В методе DEA знания экспертов *можно* использовать при необходимости (ряд моделей данного метода позволяют сделать это), например, для учета относительной важности показателей. Однако применение экспертного знания не является обязательным, что значительно снижает степень субъективизма при проведении исследования.

Кроме того, метод DEA позволяет учесть влияние факторов окружающей среды.

## **Фрагмент отчета об исследовании на основе метода DEA**

С целью сокращения объема материала приведены лишь фрагменты результатов первых трех этапов исследования, проведенного в Главном управлении здравоохранения администрации г. Красноярска в 2003 г. Источником данных является статистический ежегодник:

Регионы России. Социально-экономические показатели. 2002: Стат. сб. / Госкомстат России. – М., 2002. – 863 с.

### **Этап 1. Оценка уровня экономической безопасности регионов России.**

*Показатели.* В качестве выходных показателей используются следующие:

1. Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (характеризует уровень здоровья и демографическую ситуацию в целом), лет.
2. Среднедушевые доходы населения, руб.
3. Валовой региональный продукт (ВРП) на душу населения, руб.
4. Численность студентов государственных вузов на 10 000 человек населения (характеризует образовательный и культурный уровень, т.е. качество жизни).

В качестве входного показателя используется только один – унифицированный входной показатель. Его использование объясняется тем, что все показатели, выбранные для использования на этом этапе, имеют «положительную» направленность, т.е. большие их значения соответствуют более устойчивой ситуации в регионе. Поэтому логично определить их в качестве выходных показателей. Но специфика метода DEA требует наличия хотя бы одного входного показателя. В таком случае можно использовать условный входной показатель, которому присваивается значение 1 для всех исследуемых объектов [11, с. 169–174].

*Модели DEA.* Модель, ориентированная на выход и принимающая условие постоянного эффекта масштаба, т.е. модель (5). Выбирается эта модель, т.к. целью этапа является выдача рекомендаций по *увеличению* значений показателей.

*Исходные данные.* Выбираются данные по 12 регионам Сибирского федерального округа за 2001 год (кроме ВРП на душу населения, данные по которому взяты за 2000 год) (таблица 1).

Таблица 1 – Исходные данные\*

Но- мер п/п	Регионы Сибирского федерального округа	Унифици- рованный вход	Ожидаемая продолжитель- ность жизни при рождении (лет)	Среднеду- шевые до- ходы насе- ления (руб.)	ВРП на душу на- селе- ния (руб.)	Численность сту- дентов гос. вузов на 10 000 человек населения
1	Республика Алтай	1	62,37	1599	19625,4	267
2	Республика Бурятия	1	62,47	2188	21782,0	254
3	Республика Тыва	1	56,48	1609	12080,6	133
4	Республика Хакасия	1	63,57	2362	30036,1	235
5	Алтайский край	1	66,30	1691	18391,3	246
6	Красноярский край	1	63,34	3526	71730,0	350
7	Иркутская область	1	61,82	2758	38998,5	347
8	Кемеровская область	1	62,77	3058	31447,8	276
9	Новосибирская область	1	66,26	2126	28093,3	554
10	Омская область	1	66,65	2309	22608,2	338
11	Томская область	1	65,49	2823	41055,3	757
12	Читинская область	1	61,48	1574	25154,4	179

\**Источник:* Регионы России.– М., 2002.– С. 55–56, 110–111, 228–229, 297–298.

*Что является результатом этого этапа.* Результатом этапа является ранжирование регионов по уровню относительного развития и установка целей для неэффективных (небезопасных) регионов по достижению определенных значений показателей (таблицы 2, 3 и 4).

Таблица 2 – Результат оценки эффективности и эталонные регионы

No.	Регион	Показатель эффективности	Место (ранг)	Эталонные регионы (и коэффициенты, с которыми они формируют гипотетический объект)			
1	Республика Алтай	0,935784	10	Омская область	1		
2	Республика Бурятия	0,938032	9	Омская область	0,954197	Томская область	0,045803
3	Республика Тыва	0,847412	12	Омская область	1		
4	Республика Хакасия	0,961615	7	Омская область	0,532347	Томская область	0,467653
5	Алтайский край	0,994749	5	Омская область	1		
6	Красноярский край	1	1	Красноярский край	1		
7	Иркутская область	0,947806	8	Красноярский край	0,123581	Томская область	0,876419
8	Кемеровская область	0,973001	6	Красноярский край	0,454986	Томская область	0,545014
9	Новосибирская область	1	1	Новосибирская область	1		
10	Омская область	1	1	Омская область	1		
11	Томская область	1	1	Томская область	1		
12	Читинская область	0,926403	11	Омская область	0,753643	Томская область	0,246357

Четыре региона – Красноярский край, Новосибирская область, Омская область и Томская область являются эффективными регионами и потому служат в качестве ориентиров для других регионов. При этом следует заметить, что весовые коэффициенты, приписываемые эталонным регионам, означают величину «вклада» данного эталонного региона в гипотетический объект, который уже в свою очередь будет являться целевым регионом для данного неэффективного региона. Например, для Кемеровской области эталонным множеством будут являться Красноярский край (с весом 0,454986) и Томская область (с весом 0,545014). Поскольку весовой коэффициент для Томской области больше, чем для Красноярского края, то это значит, что структура значений показателей Кемеровской области ближе (правда, незначительно) к структуре показателей Томской области.

Таблица 3 – Регионы, упорядоченные по значению показателя эффективности

Место	Регион	Показатель эффективности
1	Красноярский край	1
1	Новосибирская область	1
1	Омская область	1
1	Томская область	1
5	Алтайский край	0,994749
6	Кемеровская область	0,973001
7	Республика Хакасия	0,961615
8	Иркутская область	0,947806
9	Республика Бурятия	0,938032
10	Республика Алтай	0,935784
11	Читинская область	0,926403
12	Республика Тыва	0,847412

Среднее значение показателя эффективности равно 0,9604, минимальное значение – 0,847412, стандартное отклонение – 0,043589, что указывает на сравнительно однородную группу регионов. Несколько больше отстает Республика Тыва.

Как было сказано ранее, метод DEA формирует рекомендуемые значения показателей для неэффективных объектов, в данном случае это – регионы, имеющие значение показателя эффективности меньше единицы. Если бы неэффективные регионы достигли рекомендуемых значений показателей, то они вышли бы на границу эффективности. В приведенной ниже таблице показаны рекомендуемые значения показателей для всех двенадцати регионов. У регионов, имеющих значение показателя эффективности равное единице, рекомендуемые значения показателей совпадают с исходными значениями. Если внимательно посмотреть на последнюю колонку этой таблицы, то можно заметить, что величина изменений, выраженная в процентах, даже для одного и того же региона не является одинаковой. Это объясняется тем, что, кроме пропорционального увеличения значений *всех* выходных показателей, бывает необходимо *дополнительно* увеличить значения *некоторых* показателей, но уже не в одинаковых пропорциях.

Поскольку в качестве входного показателя использовался унифицированный входной показатель, а используемая модель ориентирована на выход, т.е.

на первоочередное увеличение выходных показателей, то рекомендуемые значения входного показателя у всех регионов остались без изменений, что соответствует логике решаемой задачи на данном этапе.

Таблица 4 – Рекомендуемые значения показателей

Но-мер	Регион	Показатель эффективности			
	Входы/Выходы	Значения показателей (исходные)	Значения показателей (рекомендуемые)	Разность абсолютная	Разность в процентах
1	2	3	4	5	6
1	<b>Республика Алтай</b>	<b>0,935784</b>			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	62,37	66,65	4,28	6,86%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	1599	2309	710	44,40%
	ВРП на душу населения (руб.)	19625,4	22608,2	2982,8	15,20%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	267	338	71	26,59%
2	<b>Республика Бурятия</b>	<b>0,938032</b>			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	62,47	66,59687	4,126868	6,61%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	2188	2332,543	144,5428	6,61%
	ВРП на душу населения (руб.)	21782	23453,13	1671,134	7,67%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	254	357,1915	103,1915	40,63%
3	<b>Республика Тыва</b>	<b>0,847412</b>			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	56,48	66,65	10,17	18,01%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	1609	2309	700	43,51%
	ВРП на душу населения (руб.)	12080,6	22608,2	10527,6	87,14%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	133	338	205	154,14%
4	<b>Республика Хакасия</b>	<b>0,961615</b>			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	63,57	66,10752	2,537522	3,99%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	2362	2549,374	187,3739	7,93%
	ВРП на душу населения (руб.)	30036,1	31235,05	1198,95	3,99%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	235	533,9468	298,9468	127,21%
5	<b>Алтайский край</b>	<b>0,994749</b>			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	66,3	66,65	0,35	0,53%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	1691	2309	618	36,55%
	ВРП на душу населения (руб.)	18391,3	22608,2	4216,9	22,93%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	246	338	92	37,40%



Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6
6	<b>Красноярский край</b>	1			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	63,34	63,34	0	0,00%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	3526	3526	0	0,00%
	ВРП на душу населения (руб.)	71730	71730	0	0,00%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	350	350	0	0,00%
7	<b>Иркутская область</b>	0,947806			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	61,82	65,2243	3,404301	5,51%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	2758	2909,877	151,8774	5,51%
	ВРП на душу населения (руб.)	38998,5	44846,11	5847,609	14,99%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	347	706,7025	359,7025	103,66%
8	<b>Кемеровская область</b>	0,973001			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	62,77	64,51178	1,74178	2,77%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	3058	3142,855	84,85523	2,77%
	ВРП на душу населения (руб.)	31447,8	55011,86	23564,06	74,93%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	276	571,8207	295,8207	107,18%
9	<b>Новосибирская область</b>	1			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	66,26	66,26	0	0,00%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	2126	2126	0	0,00%
	ВРП на душу населения (руб.)	28093,3	28093,3	0	0,00%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	554	554	0	0,00%
10	<b>Омская область</b>	1			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	66,65	66,65	0	0,00%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	2309	2309	0	0,00%
	ВРП на душу населения (руб.)	22608,2	22608,2	0	0,00%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	338	338	0	0,00%
11	<b>Томская область</b>	1			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	65,49	65,49	0	0,00%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	2823	2823	0	0,00%
	ВРП на душу населения (руб.)	41055,3	41055,3	0	0,00%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	757	757	0	0,00%
12	<b>Читинская область</b>	0,926403			
	Унифицированный вход	1	1	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)	61,48	66,36423	4,884226	7,94%
	Среднедушевые доходы населения (руб.)	1574	2435,627	861,6274	54,74%
	ВРП на душу населения (руб.)	25154,4	27152,77	1998,37	7,94%
	Численность студентов гос. вузов на 10 000 человек населения	179	441,2235	262,2235	146,49%

## **Этап 2.** Оценка уровня состояния здоровья населения регионов России.

На данном этапе выполняется два микроисследования: первое касается основных демографических показателей (смертности и рождаемости), а во втором анализируются показатели заболеваемости населения.

### **Этап 2а.** Оценка демографической ситуации в регионах.

*Показатели.* Воспользуемся очень простым набором показателей. В качестве входного показателя будем использовать общий коэффициент смертности, т.е. число умерших на 1000 человек населения. В качестве выходного показателя будем использовать общий коэффициент рождаемости, т.е. число родившихся на 1000 человек населения. В данном случае между этими показателями нет технологической связи, т.е. из коэффициента смертности невозможно «произвести» коэффициент рождаемости. Однако для первого из показателей желательно уменьшение значений, а для второго желательно увеличение значений. Это вписывается в логику решаемой задачи по оценке демографической ситуации в регионах.

*Модели DEA.* При выборе моделей будем исходить из следующих соображений. Во-первых, следует учесть, что прирост населения (а для России актуальна проблема именно увеличения прироста населения) может достигаться как за счет повышения рождаемости, так и за счет снижения смертности. Во-вторых, возможна демографическая ситуация, когда наряду с высокой рождаемостью имеет место высокая смертность, или прямо противоположная картина, когда при низкой смертности имеет место низкая же рождаемость. Первый тип ситуации характерен для стран Азии, а второй – для развитых стран Европы и Северной Америки. В России также есть регионы, в которых демографические процессы протекают по первому или по второму типу. Потому при сравнении регионов и при выборе регионов-эталонов необходимо учитывать тип демографической ситуации, т.е. желательно, чтобы для региона с первым типом демографических процессов в качестве эталонов назначались регионы, развивающиеся по этому же типу. Аналогичное пожелание справедливо и для второго типа регионов. Для учета описанной специфики необходимо выбирать модели, учи-

тывающие *переменный эффект масштаба*. В моделях такого типа каждый неэффективный объект сопоставляется с эффективными объектами, имеющими структуру (соотношения) значений показателей, наиболее близкую к структуре этого неэффективного объекта. Для выбора «направления» (способа) повышения прироста численности населения следует воспользоваться моделями DEA, ориентированными как на вход, так и на выход. В первом случае будут получены конкретные количественные рекомендации по снижению уровня смертности, а во втором случае – по увеличению рождаемости.

Подводя итог, выбираем две модели, принимающие условие переменного эффекта масштаба: одна из них – с ориентацией на вход, а вторая – с ориентацией на выход. Это модели (1) (с добавлением условия (2)) и (6) соответственно.

*Исходные данные.* Выбираются данные по 12 регионам Сибирского федерального округа за 2001 год (таблица 5).

Таблица 5 – Исходные данные\*

Номер п/п	Регионы Сибирского федерального округа	Смертность	Рождаемость
1	Республика Алтай	14,0	14,7
2	Республика Бурятия	13,5	11,4
3	Республика Тыва	13,4	16,1
4	Республика Хакасия	14,8	9,6
5	Алтайский край	14,7	9,6
6	Красноярский край	14,5	9,9
7	Иркутская область	15,1	10,7
8	Кемеровская область	16,8	9,4
9	Новосибирская область	14,4	9,1
10	Омская область	13,4	8,5
11	Томская область	13,3	9,6
12	Читинская область	14,4	11,7

\**Источник:* Регионы России.– М., 2002.– С. 48–51.

*Что является результатом этого этапа.* Результатом этапа является ранжирование регионов по уровню демографической ситуации и установка целей для неэффективных (небезопасных) регионов по достижению определенных значений показателей (см. таблицы 6, 7 и 8).

Сначала проведем расчеты по модели, принимающей условие переменного эффекта масштаба, с ориентацией на *вход*, т.е. по модели (1) с добавлением условия (2). Для более наглядного представления результатов покажем регионы на графике, т.к. в данном – двухмерном – случае это возможно (см. рисунок 5). На этом графике нумерация точек совпадает с нумерацией регионов в таблице исходных данных (см. таблицу 5).

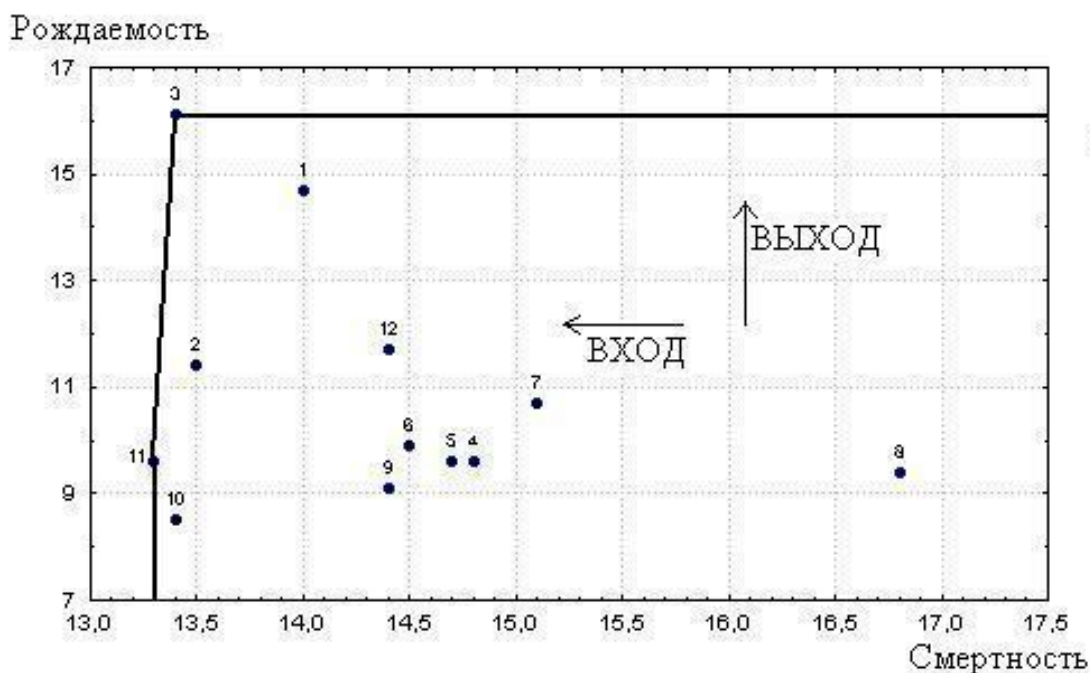


Рисунок 5 – Граница эффективности для задачи с двумя показателями

Сделаем краткое описание полученных результатов на основе этого рисунка. Он поможет нам проиллюстрировать некоторые теоретические положения на практическом примере. Начнем с самого важного понятия – границы эффективности. В данном случае она состоит из трех фрагментов: отрезка, соединяющего точки 3 и 11, отрезка, проведенного параллельно оси ординат от точки 11 до оси абсцисс (ось «Смертность»), и луча, выходящего из точки 3 параллельно оси абсцисс. Конечно, при наличии в выборке большего числа объектов граница может состоять из гораздо большего числа фрагментов, что позволит подобрать для каждого из неэффективных объектов целевые значения

показателей более точно и обоснованно. Однако и такая граница, как на рисунке 5, дает информацию для анализа. Наличие же двух фрагментов, параллельных осям координат, объясняется малой величиной выборки (12 объектов) [10, с. 176].

При использовании модели, ориентированной на вход, главной целью является выявление степени возможного снижения входных значений. Направление для проецирования точек на границу эффективности показано стрелкой «ВХОД». Для модели, ориентированной на выход, когда главная цель – увеличение выходных значений, это направление обозначено стрелкой «ВЫХОД».

Для каждого неэффективного объекта (в данном случае – региона) формируется точка-проекция на границе эффективности. Эта точка представляет собой цель для неэффективного объекта и является гипотетическим объектом, который образуется как линейная комбинация (сумма) одного или более эффективных (эталонных) – реальных – объектов (регионов). В линейную комбинацию реальные объекты входят с различными весовыми коэффициентами. Чем больше этот коэффициент, тем ближе структура (соотношения) значений показателей неэффективного объекта к структуре значений показателей этого реального объекта. Например, если точку 2 (Республика Бурятия) спроецировать на границу эффективности в направлении стрелки «ВХОД», то проекция расположится на участке, соединяющем точки 3 и 11, причем *ближе* к точке 11 (Томская область), чем к точке 3 (Республика Тыва). Посмотрев в таблицу 6, можно увидеть, что весовой коэффициент для эталонного объекта 11 *больше* весового коэффициента для объекта 3: 0,723077 против 0,276923. Таким образом, показатели для объекта «Республика Бурятия» ближе к показателям объекта «Томская область», но объект «Республика Тыва» также вносит свой вклад в формирование целевого гипотетического объекта.

Посмотрим на точку 10 (Омская область). Если ее спроецировать на границу эффективности в направлении стрелки «ВХОД», то проекция расположится на участке, соединяющем точку 11 и ось абсцисс (ось «Смертность»). В соответствии с принципом оптимальности Парето эта точка-проекция не будет

являться оптимальной точкой, поскольку точка 11 имеет показатель «Рождаемость» *лучше* (больше), чем эта точка-проекция, а показатель «Смертность» – *не хуже* (такой же). Таким образом, можно, не увеличивая (*не ухудшая*) значения показателя «Смертность», увеличить (*улучшить*) значение показателя «Рождаемость» путем перехода от точки-проекции к оптимальной точке 11. В таблице А.8 это отражено в колонке «Значения показателей (рекомендуемые)» – рекомендуется повысить значение выходного показателя «Рождаемость» с 8,5 до 9,6. Важно заметить, что на данном этапе мы использовали модель DEA, ориентированную на вход, т.е. главной целью было снижение значений показателя «Смертность». Однако в тех случаях, когда проекции неэффективных точек оказались на участке границы эффективности, проходящем от точки 3 к оси абсцисс (ось «Смертность»), для таких точек – точки 8, 9 и 10 – рекомендовано не только сокращение значений входного показателя «Смертность», но также еще и увеличение значений выходного показателя «Рождаемость» – в соответствии с принципом оптимальности Парето. Это рассуждение справедливо и для задач большей размерности, а не только для рассматриваемого сейчас случая с одним входом и одним выходом.

Таблица 6 – Результат оценки эффективности и эталонные регионы

Но-мер	Регион	Показатель эффективности	Место (ранг)	Эталонные регионы (и коэффициенты, с которыми они формируют гипотетический объект)			
1	Республика Алтай	0,955604	5	Республика Тыва	0,784615	Томская область	0,215385
2	Республика Бурятия	0,987236	4	Республика Тыва	0,276923	Томская область	0,723077
3	Республика Тыва	1	1	Республика Тыва	1		
4	Республика Хакасия	0,898649	10	Томская область	1		
5	Алтайский край	0,904762	9	Томская область	1		
6	Красноярский край	0,91756	8	Республика Тыва	4,62E-02	Томская область	0,953846
7	Иркутская область	0,881915	11	Республика Тыва	0,169231	Томская область	0,830769
8	Кемеровская область	0,791667	12	Томская область	1		
9	Новосибирская область	0,923611	7	Томская область	1		
10	Омская об-	0,992537	3	Томская область	1		

	ласть						
11	Томская область	1	1	Томская область	1		
12	Читинская область	0,925855	6	Республика Тыва	0,323077	Томская область	0,676923

Только два региона – Республика Тыва и Томская область являются эффективными регионами и потому служат в качестве ориентиров для других регионов. При этом следует напомнить, что весовые коэффициенты, приписываемые эталонным регионам, означают величину «вклада» данного эталонного региона в гипотетический объект, который уже будет являться целевым регионом для данного неэффективного региона. Например, для Красноярского края эталонным множеством будут являться Республика Тыва (с весом 0,0462) и Томская область (с весом 0,953846). Поскольку весовой коэффициент для Томской области больше, чем для Республики Тыва, то это значит, что структура значений показателей Красноярского края значительно ближе к структуре показателей Томской области.

Для Республики Хакасия и Алтайского края эталоном является Томская область, т.к. значения выходного показателя «Рождаемость» у всех этих трех регионов одинаковое – 9,6. В результате проекции точек 4 и 5 на границу эффективности в точности совпадают с точкой 11.

Таблица 7 – Регионы, упорядоченные по значению показателя эффективности

Место	Регион	Показатель эффективности
1	Республика Тыва	1
1	Томская область	1
3	Омская область	0,992537
4	Республика Бурятия	0,987236
5	Республика Алтай	0,955604
6	Читинская область	0,925855
7	Новосибирская област	0,923611
8	Красноярский край	0,91756
9	Алтайский край	0,904762
10	Республика Хакасия	0,898649
11	Иркутская область	0,881915
12	Кемеровская область	0,791667

Среднее значение показателя эффективности равно 0,931616, минимальное значение – 0,791667, при небольшом стандартном отклонении, равном

0,058375, что указывает на сравнительно однородную группу регионов. Немного больше отстает Кемеровская область.

Как было сказано ранее, метод DEA формирует рекомендуемые значения показателей для неэффективных объектов, в данном случае это – регионы, имеющие значение показателя эффективности меньше единицы. Если бы неэффективные регионы достигли рекомендуемых значений показателей, то они вышли бы на границу эффективности. В приведенной ниже таблице 8 показаны рекомендуемые значения показателей для всех двенадцати регионов. У регионов, имеющих значение показателя эффективности равное единице, рекомендуемые значения показателей совпадают с исходными значениями.

Поскольку используемая модель ориентирована на вход, т.е. на первоочередное уменьшение входного показателя, то рекомендуемые значения этого показателя у всех неэффективных регионов уменьшены по сравнению с их исходными значениями. Для Кемеровской, Новосибирской и Омской областей рекомендовано также увеличение значений выходного показателя «Рождаемость» (объяснение см. выше).

Таблица 8 – Рекомендуемые значения показателей

Но- мер	Регион	Показатель эффективно- сти			
	Входы/Выходы	Значения по- казателей (исходные)	Значения по- казателей (рекомендуе- мые)	Разность абсолютная	Разность в процентах
1	2	3	4	5	6
1	Республика Алтай	0,955604			
	Смертность	14	13,37846	-0,62154	-4,44%
	Рождаемость	14,7	14,7	0	0,00%
2	Республика Бурятия	0,987236			
	Смертность	13,5	13,32769	-0,17231	-1,28%
	Рождаемость	11,4	11,4	0	0,00%
3	Республика Тыва	1			
	Смертность	13,4	13,4	0	0,00%
	Рождаемость	16,1	16,1	0	0,00%
4	Республика Хакасия	0,898649			
	Смертность	14,8	13,3	-1,5	-10,14%
	Рождаемость	9,6	9,6	0	0,00%
5	Алтайский край	0,904762			
	Смертность	14,7	13,3	-1,4	-9,52%
	Рождаемость	9,6	9,6	0	0,00%
6	Красноярский край	0,91756			
	Смертность	14,5	13,30462	-1,19538	-8,24%
	Рождаемость	9,9	9,9	0	0,00%



Продолжение таблицы 8

1	2	3	4	5	6
7	Иркутская область	0,881915			
	Смертность	15,1	13,31692	-1,78308	-11,81%
	Рождаемость	10,7	10,7	0	0,00%
8	Кемеровская область	0,791667			
	Смертность	16,8	13,3	-3,5	-20,83%
	Рождаемость	9,4	9,6	0,2	2,13%
9	Новосибирская область	0,923611			
	Смертность	14,4	13,3	-1,1	-7,64%
	Рождаемость	9,1	9,6	0,5	5,49%
10	Омская область	0,992537			
	Смертность	13,4	13,3	-0,1	-0,75%
	Рождаемость	8,5	9,6	1,1	12,94%
11	Томская область	1			
	Смертность	13,3	13,3	0	0,00%
	Рождаемость	9,6	9,6	0	0,00%
12	Читинская область	0,925855			
	Смертность	14,4	13,33231	-1,06769	-7,41%
	Рождаемость	11,7	11,7	0	0,00%

Теперь проведем расчеты по модели, принимающей условие переменного эффекта масштаба, с ориентацией на *выход*, т.е. по модели (6). Результаты представлены в таблицах 9, 10 и 11.

Таблица 9 – Результат оценки эффективности и эталонные регионы

Но-мер	Регион	Показатель эф-фективности	Место (ранг)	Эталонные регионы (и коэффициенты, с которыми они формируют гипотетиче-ский объект)	
1	Республика Алтай	0,913043	3	Республика Тыва	1
2	Республика Бурятия	0,708075	5	Республика Тыва	1
3	Республика Тыва	1	1	Республика Тыва	1
4	Республика Хакасия	0,596273	8	Республика Тыва	1
5	Алтайский край	0,596273	8	Республика Тыва	1
6	Красноярский край	0,614907	7	Республика Тыва	1
7	Иркутская область	0,664596	6	Республика Тыва	1
8	Кемеровская область	0,583851	10	Республика Тыва	1
9	Новосибирская область	0,565217	11	Республика Тыва	1
10	Омская область	0,52795	12	Республика Тыва	1
11	Томская область	1	1	Томская область	1
12	Читинская область	0,726708	4	Республика Тыва	1

Так же, как и при использовании модели, ориентированной на вход, только два региона – Республика Тыва и Томская область – являются эффективными регионами. При этом следует напомнить, что при изменении ориентации модели множество эффективных объектов остается тем же самым (в нашем случае это Республика Тыва и Томская область), но изменяются значения пока-

зателей эффективности для неэффективных объектов. Это объясняется тем, что граница эффективности остается одной и той же при ориентации модели как на вход, так и на выход, как и показано на рисунке 5. Ориентация влияет только на *направление проецирования* неэффективных точек на эту границу. На рисунке 5 направление проецирования при ориентации на выход показано стрелкой с пометкой «ВЫХОД». Как видно на этом рисунке, расстояния от одной и той же неэффективной точки до границы эффективности, измеренные в направлении стрелок «ВХОД» и «ВЫХОД» – в общем случае – различаются. Вот почему различаются и значения показателя эффективности для одной и той же точки в зависимости от выбранной ориентации модели DEA. Из рисунка становится ясно, почему для всех регионов, кроме, конечно, Томской области, эталоном является Республика Тыва.

Таблица 10 – Регионы, упорядоченные по значению показателя эффективности

Место	Регион	Показатель эффективности
1	Республика Тыва	1
1	Томская область	1
3	Республика Алтай	0,913043
4	Читинская область	0,726708
5	Республика Бурятия	0,708075
6	Иркутская область	0,664596
7	Красноярский край	0,614907
8	Алтайский край	0,596273
8	Республика Хакасия	0,596273
10	Кемеровская область	0,583851
11	Новосибирская област	0,565217
12	Омская область	0,52795

Среднее значение показателя эффективности равно 0,708075, минимальное значение – 0,52795, при несколько большем, чем в предыдущем расчете, стандартном отклонении, равном 0,162443, что указывает на менее однородную группу регионов. Только Республика Алтай находится почти на границе эффективности. Остальные регионы значительно отстают.

В приведенной ниже таблице 11 показаны рекомендуемые значения показателей для всех двенадцати регионов.

Поскольку используемая модель ориентирована на выход, т.е. на первоочередное увеличение выходного показателя «Рождаемость», то рекомендуемые значения этого показателя у всех неэффективных регионов увеличены по сравнению с их исходными значениями. Для всех регионов, за исключением эффективной Томской области, рекомендовано также уменьшение значений входного показателя «Смертность». Это объясняется тем, что при проецировании точек на границу эффективности в направлении стрелки «ВЫХОД» все они попадают на участок границы, выходящий из точки 3 параллельно оси абсцисс. Конечно, так бывает не всегда даже при малой выборке объектов исследования. Как было сказано выше, в соответствии с принципом оптимальности Парето все точки-проекции еще не являются оптимальными. Чтобы они стали оптимальными, их нужно переместить вдоль этого участка границы до точки 3. А это равнозначно уменьшению значения входного показателя «Смертность» для этих точек, что и отражено в таблице 11.

Необходимо добавить, что при наличии в задаче *не одного* входного показателя, как в данном случае, а большего их числа, подобные *дополнительные* перемещения точек *параллельно* осям координат могут выполняться не для каждого из входных показателей, а только для части из них. Это зависит от конфигурации границы эффективности.

Таблица 11 – Рекомендуемые значения показателей

Но-мер	Регион	Показатель эффективности			
	Входы/Выходы	Значения показателей исходные)	Значения показателей (рекомендуемые)	Разность абсолютная	Разность в процентах
1	2	3	4	5	6
1	Республика Алтай	0,913043			
	Смертность	14	13,4	-0,6	-4,29%
	Рождаемость	14,7	16,1	1,4	9,52%
2	Республика Бурятия	0,708075			
	Смертность	13,5	13,4	-1,00E-01	-0,74%
	Рождаемость	11,4	16,1	4,7	41,23%
3	Республика Тыва	1			
	Смертность	13,4	13,4	0	0,00%
	Рождаемость	16,1	16,1	0	0,00%

Продолжение таблицы 11

1	2	3	4	5	6
4	Республика Хакасия	0,596273			
	Смертность	14,8	13,4	-1,4	-9,46%
	Рождаемость	9,6	16,1	6,5	67,71%
5	Алтайский край	0,596273			
	Смертность	14,7	13,4	-1,3	-8,84%
	Рождаемость	9,6	16,1	6,5	67,71%
6	Красноярский край	0,614907			
	Смертность	14,5	13,4	-1,1	-7,59%
	Рождаемость	9,9	16,1	6,2	62,63%
7	Иркутская область	0,664596			
	Смертность	15,1	13,4	-1,7	-11,26%
	Рождаемость	10,7	16,1	5,4	50,47%
8	Кемеровская область	0,583851			
	Смертность	16,8	13,4	-3,4	-20,24%
	Рождаемость	9,4	16,1	6,7	71,28%
9	Новосибирская область	0,565217			
	Смертность	14,4	13,4	-1	-6,94%
	Рождаемость	9,1	16,1	7	76,92%
10	Омская область	0,52795			
	Смертность	13,4	13,4	0	0,00%
	Рождаемость	8,5	16,1	7,6	89,41%
11	Томская область	1			
	Смертность	13,3	13,3	0	0,00%
	Рождаемость	9,6	9,6	0	0,00%
12	Читинская область	0,726708			
	Смертность	14,4	13,4	-1	-6,94%
	Рождаемость	11,7	16,1	4,4	37,61%

При установлении целей для регионов можно комбинировать рекомендуемые изменения показателя «Смертность» с изменениями показателя «Рождаемость». В данном случае мог бы быть полезным подход, основанный на формировании группы искусственных эталонных регионов, имеющих определенные комбинации значений показателей. При использовании искусственных эталонных регионов можно было бы сформировать более «разнообразную» границу эффективности, состоящую из большего числа фрагментов, соответствующих различным комбинациям значений показателей. Наличие большего числа фрагментов границы позволило бы задать цели для неэффективных регионов более точно, более избирательно. Комбинации значений для искусственных регионов могли бы быть установлены экспертами. Поскольку комбинация, включающая минимальный уровень смертности и максимальный уровень рождаемости, вряд ли практически реализуема, то, вероятнее всего, было бы пред-

ложено несколько принципиально реализуемых комбинаций, в которых значения показателей не являются предельными.

Еще одним из путей дальнейшего прояснения демографической картины может быть использование расширенного набора показателей, например, такого: общий коэффициент смертности, коэффициент младенческой смертности, общий коэффициент рождаемости и ожидаемая продолжительность жизни.

Возможно также и расширение выборки регионов, например, включение в нее регионов других федеральных округов или даже всех регионов России.

**Этап 2б.** Оценка уровня состояния здоровья населения в регионах.

*Показатели.* Воспользуемся показателями, которые характеризуют уровень заболеваемости по основным группам заболеваний. В качестве входных показателей примем заболеваемость на 1000 человек населения: новообразования, болезни системы кровообращения, осложнения во время беременности, родов и в послеродовой период. Для данных показателей желательно уменьшение значений, поэтому логично использовать их в качестве входных, что согласуется с принципами работы моделей DEA.

В качестве выходного показателя будем использовать унифицированный выход. Принцип его использования уже был объяснен при выполнении этапа 1.

*Модели DEA.* Модель, ориентированная на вход и принимающая условие постоянного эффекта масштаба, т.е. модель (1). Выбирается эта модель, т.к. целью этапа является выдача рекомендаций по *уменьшению* значений показателей.

*Исходные данные.* Выбираются данные по 12 регионам Сибирского федерального округа за 2001 год (см. таблицу 12).

Таблица 12 – Исходные данные\*

Регион	Заболеваемость на 1000 человек населения			Унифицированный выход
	новообразования	болезни системы кровообращения	беременность, роды и послеродовой период	
Республика Алтай	6,3	25,6	80,7	1
Республика Бурятия	4,3	14,2	47,5	1
Республика Тыва	2,8	11,7	62,3	1
Республика Хакасия	7,8	12,0	52,7	1
Алтайский край	13,6	49,2	95,7	1
Красноярский край	9,4	15,1	39,9	1
Иркутская область	7,0	17,2	42,4	1
Кемеровская область	7,9	13,9	53,0	1
Новосибирская область	9,6	15,3	77,6	1
Омская область	6,3	21,8	82,2	1
Томская область	11,7	19,5	61,6	1
Читинская область	5,8	19,4	45,3	1

\*Источник: Регионы России.– М., 2002.– С. 260–261.

Что является результатом этого этапа. Результатом этапа является ранжирование регионов по уровню состояния здоровья населения и установка целей для неэффективных (небезопасных) регионов по достижению определенных значений показателей. Результаты представлены в таблицах 13, 14 и 15.

Таблица 13 – Результат оценки эффективности и эталонные регионы

Но-мер	Регион	Показатель эффективности	Место (ранг)	Эталонные регионы (и коэффициенты, с которыми они формируют гипотетический объект)					
				5	6	7	8	9	10
1	Республика Алтай	0,629474	10	Республика Бурятия	0,777124	Республика Тыва	0,222876		
2	Республика Бурятия	1	1	Республика Бурятия	1				
3	Республика Тыва	1	1	Республика Тыва	1				
4	Республика Хакасия	1	1	Республика Хакасия	1				
5	Алтайский край	0,458215	12	Республика Бурятия	0,284546	Иркутская область	0,715454		
6	Красноярский край	1	1	Красноярский край	1				

Продолжение таблицы 13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	Иркутская область	1	1	Иркутская область	1				
8	Кемеровская область	0,933269	7	Республика Бурятия	0,200428	Республика Хакасия	0,628123	Красноярский край	0,171449
9	Новосибирская область	0,769922	8	Республика Тыва	0,733956	Республика Хакасия	0,266044		
10	Омская область	0,622933	11	Республика Бурятия	0,749654	Республика Тыва	0,250346		
11	Томская область	0,72198	9	Республика Бурятия	9,18E-02	Республика Хакасия	0,30282	Красноярский край	0,605353
12	Читинская область	0,988742	6	Республика Бурятия	0,468629	Иркутская область	0,531371		

Таблица 14 – Регионы, упорядоченные по значению показателя эффективности

Место	Регион	Показатель эффективности
1	Республика Бурятия	1
1	Республика Тыва	1
1	Республика Хакасия	1
1	Красноярский край	1
1	Иркутская область	1
6	Читинская область	0,988742
7	Кемеровская область	0,933269
8	Новосибирская область	0,769922
9	Томская область	0,72198
10	Республика Алтай	0,629474
11	Омская область	0,622933
12	Алтайский край	0,458215

Среднее значение показателя эффективности равно 0,843711, минимальное значение – 0,458215, при стандартном отклонении, равном 0,185898, что указывает на наличие неоднородности в группе регионов. Заметно отстают от лидеров Республика Алтай и Омская область, а Алтайский край имеет значение показателя эффективности менее 50 процентов.

Таблица 15 – Рекомендуемые значения показателей

Но- мер	Регион	Показатель эффективности			
	Входы/Выходы	Значения пока- зателей (исходные)	Значения пока- зателей (рекомендуемые)	Разность абсолютная	Разность в процентах
1	2	3	4	5	6
1	Республика Алтай	0,629474			
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (новообразова- ния)	6,3	3,965687	-2,33431	-37,05%
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (болезни систе- мы кровообращения)	25,6	13,64281	-11,9572	-46,71%
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (беременность, роды и послеродовой период)	80,7	50,79856	-29,9014	-37,05%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
2	Республика Бурятия	1			
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (новообразова- ния)	4,3	4,3	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (болезни систе- мы кровообращения)	14,2	14,2	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (беременность, роды и послеродовой период)	47,5	47,5	0	0,00%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
3	Республика Тыва	1			
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (новообразова- ния)	2,8	2,8	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (болезни систе- мы кровообращения)	11,7	11,7	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (беременность, роды и послеродовой период)	62,3	62,3	0	0,00%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
4	Республика Хакасия	1			
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (новообразова- ния)	7,8	7,8	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (болезни систе- мы кровообращения)	12	12	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 чело- век населения (беременность, роды и послеродовой период)	52,7	52,7	0	0,00%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%



Продолжение таблицы 15

1	2	3	4	5	6
5	<b>Алтайский край</b>	<b>0,458215</b>			
	Заболеваемость на 1000 человек населения (новообразования)	13,6	6,231725	-7,36827	-54,18%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (болезни системы кровообращения)	49,2	16,34636	-32,8536	-66,78%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (беременность, роды и послеродовой период)	95,7	43,85119	-51,8488	-54,18%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
6	<b>Красноярский край</b>	<b>1</b>			
	Заболеваемость на 1000 человек населения (новообразования)	9,4	9,4	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (болезни системы кровообращения)	15,1	15,1	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (беременность, роды и послеродовой период)	39,9	39,9	0	0,00%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
7	<b>Иркутская область</b>	<b>1</b>			
	Заболеваемость на 1000 человек населения (новообразования)	7	7	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (болезни системы кровообращения)	17,2	17,2	0	0,00%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (беременность, роды и послеродовой период)	42,4	42,4	0	0,00%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
8	<b>Кемеровская область</b>	<b>0,933269</b>			
	Заболеваемость на 1000 человек населения (новообразования)	7,9	7,372821	-0,52718	-6,67%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (болезни системы кровообращения)	13,9	12,97243	-0,92757	-6,67%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (беременность, роды и послеродовой период)	53	49,46323	-3,53677	-6,67%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
9	<b>Новосибирская область</b>	<b>0,769922</b>			
	Заболеваемость на 1000 человек населения (новообразования)	9,6	4,130219	-5,46978	-56,98%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (болезни системы кровообращения)	15,3	11,77981	-3,52019	-23,01%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (беременность, роды и послеродовой период)	77,6	59,74598	-17,854	-23,01%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%

Продолжение таблицы 15

1	2	3	4	5	6
10	Омская область	0,622933			
	Заболеваемость на 1000 человек населения (новообразования)	6,3	3,92448	-2,37552	-37,71%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (болезни системы кровообращения)	21,8	13,57413	-8,22587	-37,73%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (беременность, роды и послеродовой период)	82,2	51,20513	-30,9949	-37,71%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
11	Томская область	0,72198			
	Заболеваемость на 1000 человек населения (новообразования)	11,7	8,447168	-3,25283	-27,80%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (болезни системы кровообращения)	19,5	14,07861	-5,42139	-27,80%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (беременность, роды и послеродовой период)	61,6	44,47398	-17,126	-27,80%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%
12	Читинская область	0,988742			
	Заболеваемость на 1000 человек населения (новообразования)	5,8	5,734703	-6,53E-02	-1,13%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (болезни системы кровообращения)	19,4	15,79411	-3,60589	-18,59%
	Заболеваемость на 1000 человек населения (беременность, роды и послеродовой период)	45,3	44,79001	-0,50999	-1,13%
	Унифицированный выход	1	1	0	0,00%

**Этап 3.** Оценка эффективности функционирования отрасли «Здравоохранение» в регионах России.

*Показатели.* В качестве входных показателей выберем следующие: число больничных коек на 10 000 человек населения (характеризует капитальные вложения в отрасль); численность врачей на 10 000 человек населения; численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения. В качестве выходного показателя возьмем ожидаемую продолжительность жизни при рождении. Этот показатель в интегральной форме характеризует эффективность работы системы здравоохранения. Следует добавить, что этот показатель зависит не

только от эффективности работы данной отрасли, но также от уровня развития экономики, от экологических показателей.

*Модели DEA.* При выборе моделей примем во внимание, что все входные показатели являются удельными (относительными) величинами. А поскольку требуется получить рекомендации как по сокращению издержек, так и по увеличению ожидаемой продолжительности жизни при рождении, то будем использовать две модели, принимающие условие постоянного эффекта масштаба: с ориентацией на вход – модель (1) – и с ориентацией на выход – модель (5).

*Исходные данные.* Выбираются данные по 12 регионам Сибирского федерального округа за 2001 год (см. таблицу 16).

Таблица 16 – Исходные данные\*

Номер п/п	Регионы Сибирского федерального округа	Число больничных коек на 10 000 человек населения	Численность врачей на 10 000 человек населения	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении, лет
1	Республика Алтай	124,5	34,6	124,0	62,37
2	Республика Бурятия	98,6	36,5	98,5	62,47
3	Республика Тыва	159,3	38,8	133,8	56,48
4	Республика Хакасия	109,9	34,5	103,4	63,57
5	Алтайский край	111,6	42,6	105,5	66,30
6	Красноярский край	114,1	46,9	106,3	63,34
7	Иркутская область	122,2	44,7	103,4	61,82
8	Кемеровская область	96,2	45,1	104,4	62,77
9	Новосибирская область	125,0	43,3	106,5	66,26
10	Омская область	112,6	53,7	115,0	66,65
11	Томская область	119,6	66,3	106,9	65,49
12	Читинская область	124,8	45,6	99,9	61,48

\**Источник:* Регионы России.– М., 2002.– С. 55–56, 232–233, 242–243, 248–249.

*Что является результатом этого этапа.* Результатом этапа является ранжирование регионов по уровню эффективности функционирования отрасли «Здравоохранение» и установка целей для неэффективных региональных отраслей по достижению определенных значений показателей. Результаты представлены в таблицах 17, 18 и 19.

Сначала проведем расчеты по модели, принимающей условие постоянного эффекта масштаба, с ориентацией на *вход*, т.е. по модели (1).

Таблица 17 – Результат оценки эффективности и эталонные регионы

Но-мер	Регион	Показатель эффективности	Место (ранг)	Эталонные регионы (и коэффициенты, с которыми они формируют гипотетический объект)			
1	Республика Алтай	0,978288	6	Республика Хакасия	0,981123		
2	Республика Бурятия	1	1	Республика Бурятия	1		
3	Республика Тыва	0,790005	12	Республика Хакасия	0,888469		
4	Республика Хакасия	1	1	Республика Хакасия	1		
5	Алтайский край	0,990891	4	Республика Бурятия	1,061309		
6	Красноярский край	0,939528	10	Республика Бурятия	1,013927		
7	Иркутская область	0,942699	9	Республика Бурятия	0,989595		
8	Кемеровская область	1	1	Кемеровская область	1		
9	Новосибирская область	0,980994	5	Республика Бурятия	1,060669		
10	Омская область	0,92709	11	Республика Бурятия	0,784651	Кемеровская область	0,280912
11	Томская область	0,965966	8	Республика Бурятия	1,048343		
12	Читинская область	0,97036	7	Республика Бурятия	0,984152		

Для Красноярского края эталонным регионом является Республика Бурятия.

Таблица 18 – Регионы, упорядоченные по значению показателя эффективности

Место	Регион	Показатель эффективности
1	Республика Бурятия	1
1	Республика Хакасия	1
1	Кемеровская область	1
4	Алтайский край	0,990891
5	Новосибирская область	0,980994
6	Республика Алтай	0,978288
7	Читинская область	0,97036
8	Томская область	0,965966
9	Иркутская область	0,942699
10	Красноярский край	0,939528
11	Омская область	0,92709
12	Республика Тыва	0,790005

Среднее значение показателя эффективности равно 0,957152, минимальное значение – 0,790005, при стандартном отклонении, равном 0,055734, что указывает на довольно однородную группу регионов. Заметно отстает от лидеров только Республика Тыва.

Таблица 19 – Рекомендуемые значения показателей

Но-мер	Регион	Показатель эффективности			
	Входы/Выходы	Значения показателей (исходные)	Значения показателей (рекомендуемые)	Разность абсолютная	Разность в процентах
1	2	3	4	5	6
1	<b>Республика Алтай</b>	<b>0,978288</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	124,5	107,8254	-16,6746	-13,39%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	34,6	33,84875	-0,75125	-2,17%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	124	101,4481	-22,5519	-18,19%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	62,37	62,37	0	0,00%
2	<b>Республика Бурятия</b>	<b>1</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	98,6	98,6	0	0,00%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	36,5	36,5	0	0,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	98,5	98,5	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	62,47	62,47	0	0,00%
3	<b>Республика Тыва</b>	<b>0,790005</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	159,3	97,64279	-61,6572	-38,71%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	38,8	30,65219	-8,14781	-21,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	133,8	91,86774	-41,9323	-31,34%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	56,48	56,48	0	0,00%
4	<b>Республика Хакасия</b>	<b>1</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	109,9	109,9	0	0,00%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	34,5	34,5	0	0,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	103,4	103,4	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	63,57	63,57	0	0,00%

Продолжение таблицы 19

1	2	3	4	5	6
5	<b>Алтайский край</b>	<b>0,990891</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	111,6	104,6451	-6,95489	-6,23%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	42,6	38,73779	-3,86221	-9,07%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	105,5	104,539	-0,96102	-0,91%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	66,3	66,3	0	0,00%
6	<b>Красноярский край</b>	<b>0,939528</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	114,1	99,97317	-14,1268	-12,38%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	46,9	37,00832	-9,89168	-21,09%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	106,3	99,87178	-6,42822	-6,05%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	63,34	63,34	0	0,00%
7	<b>Иркутская область</b>	<b>0,942699</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	122,2	97,57407	-24,6259	-20,15%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	44,7	36,12022	-8,57978	-19,19%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	103,4	97,47511	-5,92489	-5,73%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	61,82	61,82	0	0,00%
8	<b>Кемеровская область</b>	<b>1</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	96,2	96,2	0	0,00%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	45,1	45,1	0	0,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	104,4	104,4	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	62,77	62,77	0	0,00%
9	<b>Новосибирская область</b>	<b>0,980994</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	125	104,582	-20,418	-16,33%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	43,3	38,71442	-4,58558	-10,59%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	106,5	104,4759	-2,02409	-1,90%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	66,26	66,26	0	0,00%

Продолжение таблицы 19

1	2	3	4	5	6
10	Омская область	0,92709			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	112,6	104,3903	-8,20967	-7,29%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	53,7	41,3089	-12,3911	-23,07%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	115	106,6153	-8,38465	-7,29%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	66,65	66,65	0	0,00%
11	Томская область	0,965966			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	119,6	103,3666	-16,2334	-13,57%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	66,3	38,26453	-28,0355	-42,29%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	106,9	103,2618	-3,63819	-3,40%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	65,49	65,49	0	0,00%
12	Читинская область	0,97036			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	124,8	97,03743	-27,7626	-22,25%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	45,6	35,92156	-9,67844	-21,22%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	99,9	96,93901	-2,96099	-2,96%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	61,48	61,48	0	0,00%

Теперь проведем расчеты по модели, принимающей условие постоянного эффекта масштаба, но с ориентацией на *выход*, т.е. по модели (5). Результаты расчетов представлены в таблицах 20, 21 и 22.

Таблица 20 – Результат оценки эффективности и эталонные регионы

Но-мер	Регион	Показатель эффективности	Место (ранг)	Эталонные регионы (и коэффициенты, с которыми они формируют гипотетический объект)			
				5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Республика Алтай	0,978288	6	Республика Хакасия	1,002899		
2	Республика Бурятия	1	1	Республика Бурятия	1		
3	Республика Тыва	0,790005	12	Республика Хакасия	1,124638		
4	Республика Хакасия	1	1	Республика Хакасия	1		
5	Алтайский край	0,990891	4	Республика Бурятия	1,071066		
6	Красноярский край	0,939528	10	Республика Бурятия	1,079188		

Продолжение таблицы 20

1	2	3	4	5	6	7	8
7	Иркутская область	0,942699	9	Республика Бурятия	1,049746		
8	Кемеровская область	1	1	Кемеровская область	1		
9	Новосибирская область	0,980994	5	Республика Бурятия	1,081218		
10	Омская область	0,92709	11	Республика Бурятия	0,846359	Кемеровская область	0,303004
11	Томская область	0,965966	8	Республика Бурятия	1,085279		
12	Читинская область	0,97036	7	Республика Бурятия	1,014213		

Для Красноярского края эталонным регионом является Республика Бурятия.

Таблица 21 – Регионы, упорядоченные по значению показателя эффективности

Место	Регион	Показатель эффективности
1	Республика Бурятия	1
1	Республика Хакасия	1
1	Кемеровская область	1
4	Алтайский край	0,990891
5	Новосибирская область	0,980994
6	Республика Алтай	0,978288
7	Читинская область	0,97036
8	Томская область	0,965966
9	Иркутская область	0,942699
10	Красноярский край	0,939528
11	Омская область	0,92709
12	Республика Тыва	0,790005

Поскольку нами были выбраны модели, принимающие постоянный эффект масштаба, то для каждого объекта значение показателя эффективности будет одним и тем же, независимо от выбора ориентации модели – на вход или на выход. Таким образом, опять среднее значение показателя эффективности равно 0,957152, минимальное значение – 0,790005, при стандартном отклонении, равном 0,055734, что указывает на довольно однородную группу регионов. Заметно отстает от лидеров только Республика Тыва.



Таблица 22 – Рекомендуемые значения показателей

Но-мер	Регион	Показатель эффективности			
	Входы/Выходы	Значения показателей (исходные)	Значения показателей (рекомендуемые)	Разность абсолютная	Разность в процентах
1	2	3	4	5	6
1	<b>Республика Алтай</b>	<b>0,978288</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	124,5	110,2186	-14,2814	-11,47%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	34,6	34,6	0	0,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	124	103,6997	-20,3003	-16,37%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	62,37	63,75426	1,384261	2,22%
2	<b>Республика Бурятия</b>	<b>1</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	98,6	98,6	0	0,00%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	36,5	36,5	0	0,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	98,5	98,5	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	62,47	62,47	0	0,00%
3	<b>Республика Тыва</b>	<b>0,790005</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	159,3	123,5977	-35,7023	-22,41%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	38,8	38,8	0	0,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	133,8	116,2875	-17,5125	-13,09%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	56,48	71,49322	15,01322	26,58%
4	<b>Республика Хакасия</b>	<b>1</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	109,9	109,9	0	0,00%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	34,5	34,5	0	0,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	103,4	103,4	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	63,57	63,57	0	0,00%
5	<b>Алтайский край</b>	<b>0,990891</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	111,6	105,6071	-5,99289	-5,37%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	42,6	39,09391	-3,50609	-8,23%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	105,5	105,5	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	66,3	66,90949	0,609492	0,92%

Продолжение таблицы 22

1	2	3	4	5	6
6	<b>Красноярский край</b>	<b>0,939528</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	114,1	106,4079	-7,69208	-6,74%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	46,9	39,39036	-7,50964	-16,01%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	106,3	106,3	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	63,34	67,41686	4,076863	6,44%
7	<b>Иркутская область</b>	<b>0,942699</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	122,2	103,505	-18,695	-15,30%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	44,7	38,31574	-6,38426	-14,28%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	103,4	103,4	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	61,82	65,57764	3,757645	6,08%
8	<b>Кемеровская область</b>	<b>1</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	96,2	96,2	0	0,00%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	45,1	45,1	0	0,00%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	104,4	104,4	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	62,77	62,77	0	0,00%
9	<b>Новосибирская область</b>	<b>0,980994</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	125	106,6081	-18,3919	-14,71%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	43,3	39,46447	-3,83553	-8,86%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	106,5	106,5	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	66,26	67,54371	1,283706	1,94%
10	<b>Омская область</b>	<b>0,92709</b>			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	112,6	112,6	0	0,00%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	53,7	44,55759	-9,14241	-17,02%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	115	115	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	66,65	71,89162	5,24162	7,86%

Продолжение таблицы 22

1	2	3	4	5	6
11	Томская область	0,965966			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	119,6	107,0085	-12,5915	-10,53%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	66,3	39,61269	-26,6873	-40,25%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	106,9	106,9	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	65,49	67,79739	2,307391	3,52%
12	Читинская область	0,97036			
	Число больничных коек на 10 000 человек населения	124,8	100,0014	-24,7986	-19,87%
	Численность врачей на 10 000 человек населения	45,6	37,01878	-8,58122	-18,82%
	Численность среднего медперсонала на 10 000 человек населения	99,9	99,9	0	0,00%
	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении	61,48	63,3579	1,877898	3,05%

## Список использованных источников

1. Анализ эффективности функционирования сложных систем / В. Е. Кривоножко, А. И. Пропой, Р. В. Сеньков, И. В. Родченков, П. М. Анохин // Автоматизация проектирования. – 1999. – № 1. – С. 2–7.
2. Гранберг, А. Г. Моделирование социалистической экономики: учеб. для студ. экон. вузов / А. Г. Гранберг. – М. : Экономика, 1988. – 487 с.
3. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория : пер. с англ. / М. Интрилигатор. – М. : Айрис-пресс, 2002. – 576 с.
4. Лопатников, Л. И. Экономико-математический словарь : Словарь современной экономической науки / Л. И. Лопатников. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Дело, 2003. – 520 с.
5. Лотов, А. В. Введение в экономико-математическое моделирование / А. В. Лотов. – М. : Наука, 1984. – 392 с.
6. Таха, Х. Введение в исследование операций : пер. с англ. / Х. Таха. – 6-е изд. – М. : Вильямс, 2001. – 912 с.
7. Banker, R. D. Hypothesis Tests Using Data Envelopment Analysis / R. D. Banker // The Journal of Productivity Analysis. – 1996. – Vol. 7. – P. 139–159.
8. Banker, R. D. Maximum Likelihood, Consistency and Data Envelopment Analysis: A Statistical Foundation / R. D. Banker // Management Science. – 1993, October. – Vol. 39, No. 10. – P. 1265–1273.
9. Charnes, A. Measuring the Efficiency of Decision Making Units / A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes // European Journal of Operational Research. – 1978. – Vol. 2. – P. 429–444.
10. Coelli, T. An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis / T. Coelli, D. S. Prasada Rao, G. E. Battese. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 1998. – 275 p.

11. Cooper, W. W. Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References, and DEA-Solver Software / W. W. Cooper, L. M. Seiford, K. Tone. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 2000. – 318 p.
12. Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Application / A. Charnes, W. W. Cooper, A. Y. Lewin, L. M. Seiford. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 1994. – 513 pp.
13. Data Envelopment Analysis and Regression Approaches to Efficiency Estimation and Evaluation / W. F. Bowlin, A. Charnes, W. W. Cooper, H. D. Sherman // *Annals of Operations Research*. – 1985.– Vol. 2. – P. 113–138.
14. Farrell, M. J. The Measurement of Productive Efficiency / M. J. Farrell // *Journal of The Royal Statistical Society, Series A (General), Part III*. – 1957. – Vol. 120. – P. 253–281.
15. Sowlati, T. Establishing the Practical Frontier in DEA : Ph.D. dissertation / T. Sowlati. – University of Toronto, Canada, 2001.
16. Sowlati, T. Establishing the «Practical Frontier» in Data Envelopment Analysis / T. Sowlati, J. C. Paradi // *Efficiency and Productivity Analysis in the 21<sup>st</sup> Century: Abstracts of International DEA Symposium (24–26 June 2002, Moscow, Russia)* / Institute for Systems Analysis of Russian Academy of Sciences; Global S. Consulting Company. – Moscow : International Research Institute of Management Sciences, 2002. – P. 32–33.
17. Thanassoulis, E. Simulating Weights Restrictions in Data Envelopment Analysis by Means of Unobserved DMUs / E. Thanassoulis, R. Allen // *Management Science*. – 1998, April. – Vol. 44, No. 4. – P. 586–594.